依存関係の理解を目指した面積の指導

ー図形の変形を考察する活動を通してー

新潟市立亀田小学校　梅津　祐介

１．はじめに

4 年「面積」の学習では，単位正方形の敷き詰めによって，基準となるものがいくつ分あるかという考えのもとに，間接測定した長さを用いて面積を求める。そして，この求積方法を一般化して長方形と正方形の面積公式を導く。この段階では，長方形（正方形）の面積公式（たて）×（横）は，単位面積の個数によって数量の関係を表す式である。

面積公式の意義について片桐（1996）は，「面積が何に依存しているかを示しているとみられる」と述べており，その依存関係の重要性を指摘している。5 年「図形の面積」の学習においては，直交する二本の線分について考察し，「図形の面積は，直交する線分の積で決まる」という求積方法の一般化を図る。対象とする図形の違いはあるが，4 年生においても，たてと横という二本の線分の関係について理解を図る必要があるだろう。

しかしながら，一般的に公式導入後は，簡単な複合図形の求積などの学習活動で公式を適用させ，習得が図られる。このとき，複合図形を長方形や正方形にして「分ける」，「全体から部分をひく」などという考え方で求積するが，これは図形を長方形や正方形と見ているだけである。覚えた公式を使って面積を求めるだけでは，たてと横の関係に目を向けるまでには至っていない。

長方形（正方形）の面積は，*たてと横が分かれば決まる*。これが長方形の面積の依存関係であり，そのように面積公式を理解することが，本実践において目指した子どもの姿である。

２．指導の構想

本実践では，複合図形の求積場面を中心にして，依存関係の理解を目指す指導を構想した。

複合図形を扱う学習の１時間目は，長さの与えられていないＬ字型の複合図形を提示し，求積するためにどこを測ったらよいかを考えさせる。解決方法の比較から，子どもはどの方法でも，たての辺２か所，横の辺２か所を測ればよいことに気付く。そして，その理由を「*二つの長方形に分けて求めているから*」，「*たての辺２か所，横の辺２か所を測れば他の辺の長さも分かるから*」などと説明するだろう。しかし，図形の構造を式に表しているものの，子どもの思考はまだ直観的であり，たてと横という意識はない。

そこで２時間目では，式を変形させて簡潔に表現し，その式から図形の変形を考察する活動を行う。図から式，式から図という相互のよみを通して，子どもがたてと横の関係に着目できるようにする。

３．授業の実際（7/11 時間目）

授業冒頭でＬ字型複合図形（図 1）を示すと，子どもたちは既習の方法（分ける方法と全体から部分を引く方法）で複合図形の面積を求めた。

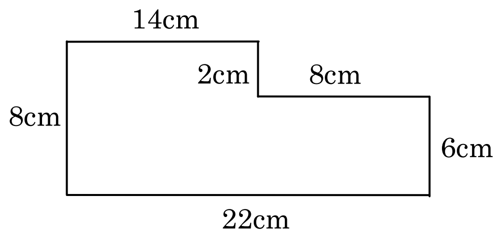


図１　L字型複合図形

この複合図形の面積が 160 ㎠であることを確かめた後，8×(14＋6)，8×(22－2)という二つの式を子どもたちに示し，これらの式でも求積できることを伝えた。この時，これまでの求積方法と違う式に戸惑いの表情を見せる子どももいた。

そこで，「この式の形は何を表しているか。」と子どもに問い掛け，式の形に着目させることにした。括弧が使われてはいるが，a×bという式の形を見て，一人の子どもが「どちらも式の形は，た

て×横になっている。」と発言した。これを受けて,「どちらも長方形の面積を求める式になっている。」という発言が続いた。これらの発言によって，二つの式が長方形の面積を求める式であることを学級全体で確認することができた。

ただ，二つの式が長方形の面積を求めるものだと分かっても，その時点でそれらの式で複合図形の面積を求められる理由を説明できる子どもはいなかった。このような状況の中，子どもの意識はしだいに「*この図形は，どうすれば長方形になるのか*」と焦点化されていった。これが本実践で追求すべき子どもの問いとなった。

長方形への変形について,子どもたちにはまず,8×(14＋6)で求積できる変形の仕方を考えるよう促した。子どもたちは，複合図形が印刷されたプリントに線を引いたり，数字を書き込んだりしながら，変形の仕方を考えていた。

しかし，図2のように図形を切って回転させるという発想は念頭操作だけでは難しく，子どもたちの活動は停滞気味であった。そこで，グループで話し合っていた子どもの「図形には8cmの辺が2か所あるのに，式の中には一つしかない。この理由がよく分からない。」という発言を取り上げることで，活動の進展を期待した。

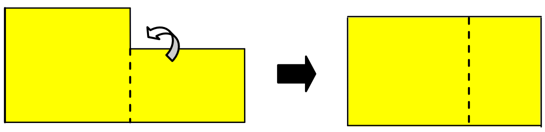
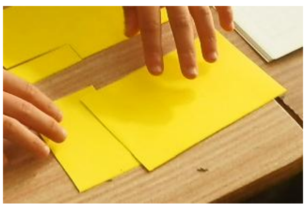


図２　8×(14＋6)で求積できる変形

子どもの発言を取り上げるとともに実物大の複合図形を配布し，式の中に8が一つしかない理由を考えるよう促した。子どもたちは，複合図形を折って図形の変形の仕方を考察していた。しばらくして，折っては開くことを繰り返していた子どもが，「あっ，いけるかも。」とつぶやいた。そして，図形を切ってもよいことを授業者に確認してから，折り目を切って図形を回転させた。この操作を見ていた近くの子どもたちは，驚きの歓声を上げた。実物大の複合図形を操作することで，ようやく変形の仕方を明らかにすることができたのである。



8×(22－2)で求積できる変形については,子どもから図3のように図形を変形するアイデアが出された。この子どもは，8×(22－2)で求積できる長方形は，たてが8cmで確定していることから，横の長さをどう操作すればよいか図形を考察していた。見えない線で切ればよいことに気付いてからは，わずかな時間で変形の仕方を明らかにすることができた。

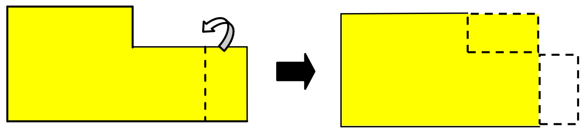


図３　8×(22－2) で求積できる変形

授業終末，図４の色の付いた部分の面積を求める適用問題に取り組ませた。求積の際，実に８割の子どもが，白い部分を抜いたり，左右に移動させたりして長方形に直していた。この子どもたちは，たてと横の関係が認識しやすいように図形を操作したといえる。

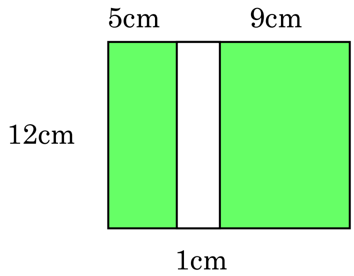


図４　適用問題で示した図形

４．まとめ

適用問題の結果から，子どもたちに「たてと横の関係はどこにあるか」という思考が働いていたことが推察できる。このように図形を考察する姿は,「たてと横の長さが分かれば面積も決まる」という依存関係を理解している姿である。

本実践では，式から図形の変形を考察する活動を行った。式が表す「たてと横の関係」を図形の操作で証明させることは，依存関係に着目させながら面積公式の理解を図る上で有効であったといえる。

引用文献

片桐重男（1996）,『数学的な考え方を育てる「量と測定」の指導』,明治図書,p.84.