

数学的な考え方を高め、表現力を育成する授業づくり

～第3学年 「円と球」の指導を通して～

佐渡市立真野小学校

北川 禎

1 授業改善の視点及び研究テーマ設定の意図

算数科の主たるねらいの一つは、数学的な考え方を育成することにある。これまでも子どもたちの数学的な考え方を高めることができるように指導を行ってきた。

指導要領改訂に伴い、思考力・表現力の育成及び言語活動の充実が求められている。算数科の目標においては、「算数的活動を通して」という文言が目標全体にかかるように位置付けられるとともに、「筋道立てて考え、表現すること」が強調されている。これは、児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動を通して思考力や表現力を育成するという意味であるにとらえられる。

また、平成24年度の学習指導改善調査の結果から、自分の考えや友達の考えを表現する力の育成についての課題が指摘されている。

これらのことを踏まえ、本研究では子どもが対象に積極的にかかわり身に付けた知識や技能、数学的な考え方をいながら筋道立てて考えたり表現したりすることができる児童を育成したいと考えた。

筋道立てて考えるとは・・・既習の知識や技能、数学的な考え方を生かし、根拠を明らかにしながら考えること

表現するとは・・・式、図、表、言葉などを用いて問題解決をしたり、自分の考えを説明したりすること

2 研究テーマに迫るために

①「目的意識をもって主体的に取り組むことのできる」授業展開の工夫

算数の授業で大切なことは、子どもが主体的に活動する授業の具現である。そのためには、子どもたちが考えたくなる、表現したくなるような授業を構成していく必要がある。

そこで、以下のような視点で授業を構成していくことが有効であると考え、実践を行うこととする。

○導入場面として条件不足の場面を設定する。

○課題を工夫する。

【きまりが見えてきそうな場面】【感覚的に判断できない場面】【自分の考えと違うと思われる場面】等

- いくつかのものを比べる。
- 教師がわざと間違える。

このような視点で考え、授業を構成していくことで児童は目的意識をもって主体的に考えたり表現したりすることができると思う。

②考えを説明したり表現したりする場面の工夫

新指導要領解説算数編には、「算数の学習では、日常の言語をはじめ、数、式、図、表、グラフなど様々な表現の手段がある。そうした方法を用いて考えたり、自分の考えを説明・表現したりする学習活動を充実させることが大切である。」と書かれている。

そこで、まず自力解決する場面においては操作活動や操作と図、言語などを関連させて課題を解決することができるようにさせる。また、自分の考えを友達に分かりやすく伝えるためにも操作で表したり図などを用いたりすることは有効である。よって、様々な手段を用いて表現させるように学習を進める。

加えて、単元及びその1時間で身に付けたい「数学的な考え方」を定着させたり「表現力」を育成したりするために、学習作文を書く場面を意図的に設定していく。大事な言葉を用いて書かせたり決まりを見つけたときにはその決まりを説明する場面を取り入れたりすることにより数学的な考え方を定着させるとともに表現力を鍛えることができると思う。

③思いや考えを広げる発問の工夫

子どもたちの発言をもとに、子どもたちに問い返したりしながら思いや考えを広げられるように授業を展開していく。そうすることで、授業のねらいに迫ることができたり数学的な考え方を引き出すことができるからである。子どもたちがつぶやいたことや発言、書いたものなどの様々な表現に対して、その意味や根拠などを問うことによって子どもたちの新たな思考を引き出すことができる。

これまでの授業でも、このようなことを心がけてきたが一部の子どもたちの発言だけで授業が進んでしまったり一人の子どもの考えや思いを全体に広げたり深めたりすることができないことも多かった。よって、「〇〇さんの考えはわかりますか。」と問い返したり友達の考えの続きを考えさせたりすることにより、多くの子どもたちに考えを広め、思考させたり表現させるようにしたい。

3 単元について

(1) 単元名 「円と球」

(2) 単元の目標

- 図形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形

について理解できるようにする。

- ・円，球について知る。また，それらの中心，半径，直径について知る。

(3) 単元の評価規準

算数への関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての表現・処理	数量や図形についての知識・理解
身の回りにある円や球の性質や特徴を調べようとしている。また，円や球のもつ機能に気づき，進んで生活に生かそうとしている。	折ったり，重ねたりする操作をもとにして，円や球の性質や特徴を，帰納的に考えている。	コンパスを用いて，決められた大きさの円をかいたり，線分を写し取ったり，模様をかいたりすることができる。	円や球の定義や性質や，それぞれのもつ構成要素の関係を理解している。

4 単元と児童

(1) 単元について

円についての児童の理解は，「まる」とか「まるい形」などという言葉を使いながら，円を直感的にとらえている。ここでは，その直感的な理解をもとにしながら，円についての用語や作図の道具を用いて正しく表したりかいたりする。また，用語をもとにして形を認めることができるようにすることもねらいである。図形概念を伸ばすためには，対象となるものを抽象化していく考えが大切である。単なる説明や用語の指導とならないように留意したい。

「円」では，児童の直感的にとらえた考え方などを見直させながら，確かな理解にしていくことをねらいとしている。また，この過程で，円の特徴を明らかにしていく活動を通して，帰納する考えや抽象化する考えなども育まれる。そこで，導入では，児童の興味・関心のもちやすい輪投げを取り上げながら考えさせている。この場面では，1点から等距離の点を取らせ，その点を密にしていく活動を通して，円の定義（1点から等距離にある点の集合）や性質を知らせ，円の中心，半径，直径という用語を理解できるようにする。

「球」では，児童は，球を「たま」「ボールのような形」という直感的なとらえ方をしている。そこで，円の学習で学んだことを関連させ，より明確にさせていく。このためボールとガチャガチャなどの玩具の影の形を比べさせたり，球の立体模型を操作させたりして，球の直径，半径，中心という用語と，球の直径の測り方を理解させる。ここでも，操作を重視する指導の展開を目指したい。

(2) 児童の実態

学習に対して意欲的に取り組む児童が多い。新しい知識を得たい，分かるようになりた

いという思いをもって学習に臨んでいる姿が見られる。

前年度の NRT の結果は、学年平均 50.7 であり、ほぼ全国平均。しかし、領域別にみると数と計算 106 (全国比)、量と測定 102、数量関係 109 に比べると、図形領域は 81 であり定着しきれていない様子が見られた。

また、学力の個人差が大きいためこれまでも個別指導や補充学習を大切にしながら指導してきた。

自分の考えを話したりすることについても、個人差が大きく、話し合いや自分の考えを話すことについても苦手な児童が見られる。そこで、自分の考えをもち分かりやすく話すことができるように指導してきているが、文章問題を解く場合などには弱さが見られる。

5 本時の指導 (全9時間, 本時2/9時間)

(1) 本時のねらい

○円の大きさを比べる活動を通して、円の性質の理解を深めたり半径と円の大きさの関係を考えたりすることができる。

(2) 展開の構想

本時のねらいは、円の大きさを比べることを通して、円の性質について考えたり半径の長い円は大きいということを考えたりすることである。

研究テーマとの関連を図りながらねらいを達成するために以下の手立てをもとに授業を展開する。

①目的意識をもって取り組むための課題提示の工夫

まず、導入では、円の一部の下部を隠し、「もとの円にしたときに小さい順に並べましょう。」と尋ねる。隠すことで、「知りたい」というような目的意識をもつことができたり「考えたい」という学習意欲が高まったりすると考えるからである。

次に、予想させ、その理由を尋ねる。予想をさせて自分の立場を明らかにさせることによって課題に主体的に取り組むことができると考える。また、自分の予想とは違う考えを聞くことによってこの問題を解決したいと思い、積極的に課題解決に取り組むことができると考えている。

終末では、円の一部をもう一つ提示することによって、円の半径が長くなれば円の大きさも大きくなるという円の半径の長さで大きさの関係に目を向けることができる展開とする。そうすることによって、円をかくためにはどの構成要素が必要なのかということにもつながっていくと考えるからである。

②自分の考えを表現するための工夫

まず、子どもたちの多様な考えを引き出すために、黒板に提示したものと同じ具体物を

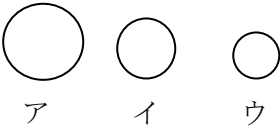

配布する。そうすることにより、子どもたちは具体物を用いながらかき加えたり貼ったりするなど自分の考えを表現していくと考えられる。

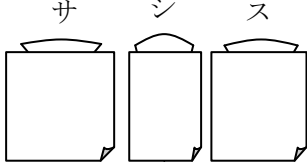


また、本時の終末では円の半径と大きさに関する決まり発見作文を書かせる。円の半径が長ければもとの円は大きいということをみんなで考え、一人一人が①「半径と円の大きさの関係」(帰納的な考え方)、②「半径と円の大きさの関係をもとにして考えるとセの円はサ・シ・スと比べて大きいのか、小さいのか」(類推的な考え方)という2つの観点についてノートにまとめる。

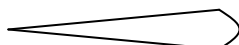
③ 思いや考えを広げる発問の工夫

発表する場面では、一人の子どもにすべてを話させるのではなく、続きを言わせたり、友達が発言したことを理解できているか、もう一度言わせたりするようにして子どもたちの思いや考えを広げられるようにしたい。また、友達が発表したことを別の児童に操作させたりする活動等も取り入れることで友達の考えをしっかりと理解させるようにしたい。

(3) 展開

時間 (分)	学習活動	教師の働きかけ・予想される反応	□評価 ○支援 ・留意点
5	1 円の大きさを比べる。	<p>T：3つの円を小さい順に並べましょう。</p>  <p>ア イ ウ</p> <p>C：ウが一番小さくて、2番目はイで、いちばん大きい円がアです。</p> <p>C：ウ→イ→ア</p> <p>T：次は、円を半分に切りました。この円のもとの大きさが小さい順に並べましょう。</p>  <p>カ ク キ</p> <p>C：キが一番小さくて、2番目はクで、いちばん大きい円がカです。</p>	<p>・具体物を提示して考えさせる。</p> <p>・簡単に分かるものから比べさせる。</p> <p>・中心を確認する。</p> <p>・直径を確認する。</p>

		<p>T：次も、円を等分しましたが何等分したかはわかりません。この円のもとの大きさが小さい順に並べましょう。</p> <p style="text-align: center;">  </p> <p>C：シが一番小さくて、2番目はスで、いちばん大きい円がサです。</p> <p>C：封筒がじゃまで分からない。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・等分の意味を確認する。 ・すべてを見せずに封筒に隠して提示する。
5	<p>2 予想を立てる。</p>	<p>T：予想をして小さい順に並べてみましょう。自分の予想をノートに書きましょう。また、その理由も書きましょう。</p> <p>C：シ→サ→スかな。</p> <p>T：隣の人に自分の予想を伝えましょう。どうしてそう思ったのかという理由も話しましょう。</p> <p>T：どうしてそう思ったのか理由を話してください。</p> <p>C：わたしは、 の長さで比べたのでシが一番小さくて、スが2番目で、サが一番大きいと思います。</p> <p>C：ぼくは、サ→ス→シだと思います。わけは、シは封筒で隠れているところが長そうなので1番大きいと思いました。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○なかなか予想が立てられない児童は、となりの児童と相談させる。 ・はっきりとした理由がもてない場合も予想だけ書かせる。 <p style="text-align: center;">  </p> <ul style="list-style-type: none"> ・黒板に人数を書き、考え方の違いをはっきりさせる。
5	<p>3 見通しをもつ。</p>	<p>T：もとの円の大きさを確かめてもらいます。どのようにしたら円の大きさが分かり大きい順に並べられるでしょうか。</p> <p>C：これを使って書き加えていけば円ができると思うよ。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・サ、シ、スの具体物を配布する。 ・ワークシートを配布する。 ○全員に解決の見通しをもたせられるよう

			にする。
10	4 自力解決を行う。	<p>C：紙に書いて考えればいいのか。</p> <p>C：テープで貼ってもいいんですか。</p> <p>C：コンパスを使って考えてもいいですか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・書いたり貼ったりすることを自由に行わせる。 □円の性質を考えながら3つの円の大きさを比べることができる。(操作活動・ワークシート)
10	5 考えを発表する。	<p>T：どのようにして考えたかを発表してもらいましょう。</p> <p>C：これは同じようにいくつかに分けた円の1部だから、何枚もつなげていけば1つの大きな円になります。</p> <p>C：半径を合わせながら周りの線を書いていきました。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・違う考えを取り上げ発表させる。 ・半径について確認する。
5	6 半径と円の大きさについて考える。	<p>T：3つの円を比べることができたんだけど、もう一つ円があります。</p>  <p>セ</p> <p>T：この円をさっきの3つの円と比べると大きさはどうなるでしょう。</p> <p>C：円の中心を重ねて半径を比べて、半径が大きい方がもとの円の大きさが大きいことが分かります。</p> <p>T：今の意見の意味が分かりますか。</p> <p>C：半径が長くなれば円が大きくなるという決まりがあると思います。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・個人では難しいかもしれないので全体で考えていく。 ・それぞれの考えを全体広める。
5	7 わかったことをまとめる。	<p>T：ノートに分かったことをまとめましょう。</p> <p>①半径と円の大きさの関係</p> <p>②半径と円の大きさの関係をもと</p>	□半径と円の大きさの関係を理解し、ノートにまとめることができる。(ノート)

		にして考えるとセの円はサ・シ・スと比べて大きいでしょうか、小さいでしょうか。その理由を書きましょう。	
--	--	--	--

(4) 評価

円の性質を考えながら円の大きさを比べたり、半径の長さとの関係性を理解したりすることができる。

6 実践を振り返って

(1) 指導の実際と研究テーマについての考察

ア 「目的意識をもって取り組むことができるようにするための授業展開（課題提示）の工夫」についての実際と考察

数学的な考え方や表現力を育成するためには、「考えたい」「表現したい」と思うような気持ちが途切れることなく展開されていくような授業を行うことが大切である。そのために、本時だけではなくこれまでの指導においても課題や課題の提示の仕方を工夫することにより、「考えたい」「表現したい」という気持ちを持ち続けながら学習を進めていくことのできる課題を設定してきた。

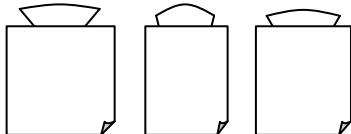
本時での活動を例に説明する。本時での課題は、以下のような課題である。

円を等分したものの一部ですが、何等分したかはわかりません。この円のもとの大きさが小さい順に並べましょう。

サ

シ

ス



このような課題提示を行った理由は、以下のとおりである。

- ①「半径3cmの円を書いてみましょう。」というような課題では、「考えたい」「表現したい」と思うようなずれを生み出ししたりすることが難しく、数学的な考え方や表現力を育成することができない。
- ②円の一部を隠して提示したり円の一部の形を工夫したりすることで、友達のとずれや予想とのずれを生み出すことができる。
- ③円をかくことを指導する前に、子どもたちが自ら考えながら円の性質や円をかくときに必要な考え方を見付けることができる課題である。
(例：・半径は1つではない。・1つの円内の半径の長さは等しい。・半径は中心を通っている。・直径は半径の2倍。・直径は中心を通る。・中心と半径が分かれば円がかける。・何等分かをすると円の半径が見つかる。)
- ④操作することで実際に確かめながら考えたり表現したりすることができる。
- ⑤展開を工夫することで、半径が長くなると円が大きくなるという決まりについて考えることができる課題なので、帰納的、類推的に考えることができる。

このような理由をもとに上記のような課題を設定し、授業を行った。課題提示場面では、円の一部分の下部を隠して提示したり円の一部の形を工夫したりしたことにより子どもたちには友達の考えとのずれや正答とのずれが生まれた。(正答はサ→ス→シなのに対して、シ→ス→サと予想した児童が18名、ス→シ→サと予想した児童が1名であった。)


しかし、そのずれを効果的に扱うことができず、考えたいという気持ちが途切れることなく展開させていくような授業にすることができなかった。その理由としては、以下のような理由が考えられる。

- ・課題が難しかった。(子どもたちの実態にあっていなかった。)
- ・一部の児童は、円の全体を考えるのではなく、円の一部分の大きさを比べたりするなど意味を理解できていなかった。
- ・作業に時間がかかり自分の考えをかいったり説明したりすることができなかった。

ただ、円の性質について考えるという点においては、課題を工夫したことにより子どもたちは思考しながら円の性質や円をかくときに必要なことを見付けている姿が見られた。以下は、ワークシートの記述である。

- ・A児「円の半径を測ります。次に、測ったその長さを2倍します。これを比べれば円の大きさが分かるのでサ→ス→シです。」(直径は半径の2倍である。直径が長ければ円の大きさは大きい。)
- ・B児「最初に置いてあった紙をずらして線をつけます。次にまだずらして線をつけます。あとは同じようにします。最後にちゃんとした円になっているかを確認して終わりです。」
- ・C児「半径を合わせて何枚もつなげて考えればよい。」ワークシートの脇には、「サ 1 / 4, シ 1 / 12, ス 1 / 6」という記述。(1つの円内の半径の長さは等しい。)
- ・D児「サの中心、シの中心、スの中心の下の部分を中心にしてかどっこをくっつけてやってみました。そうすると、サ→ス→シになりました。」(半径は中心を通っている。)

終末では、円の一部分をもう一つ提示することによって、円の半径が長くなれば円の大きさも大きくなるという円の半径の長さとの関係に目を向けることができる展開とした。本時での課題は、次のとおりである。

この形のもとの円を( セ) サ, シ, スの3つの円と比べると大きさはどうなるでしょう。

その結果、数人の児童が決まりに気付いたが、本時では時間が不足してしまい、その決まりをクラス全体に広げたり深めたりするところまではいかなかった。

また、本来見つけてほしい決まりは「半径の長さが長くなれば、円の大きさも大きくなる。」という決まりだった。しかし、「円の一部分の幅が細くなれば(中心の角度が小さくなればということ)円の大きさが大きくなる。」という決まりも当てはまってしまったため

本時では見付けてほしい決まりを定着させることができなかつた。

そのため、次時に反例を示して再度決まりを見付けさせたところ、19人中18人が決まりに気付くことができた。(イと重なるため、イで詳しく説明する。)

イ 「自分の考えを表現するための工夫」についての実際と考察

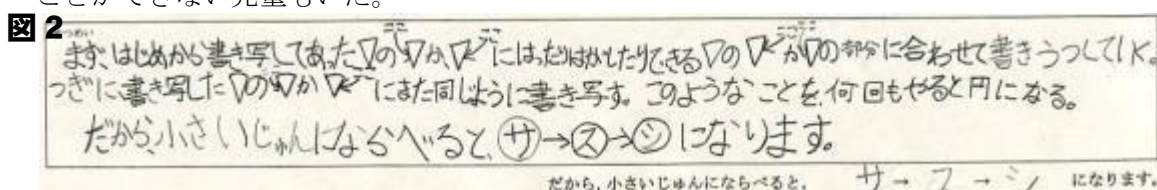
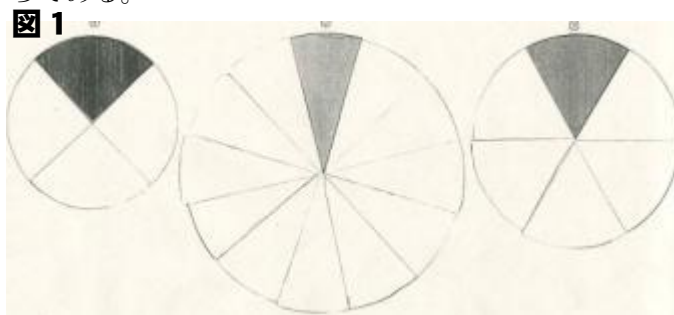
新指導要領解説算数編には、「算数の学習では、日常の言語をはじめ、数、式、図、表、グラフなど様々な表現の手段がある。そうした方法を用いて考えたり、自分の考えを説明・表現したりする学習活動を充実させることが大切である。」と書かれている。

そこで、本時に限らず自力解決する場面においては操作活動や操作と図、言語などを関連させて課題を解決したり自分の考えを伝えたりできるように指導してきた。

また、単元及びその1時間で身に付けたい「数学的な考え方」を定着させたり「表現力」を育成したりするために、学習作文を書く場面を意図的に設定してきた。

本時では、まず操作することができるように具体物を配布した。その具体物を操作しながらワークシートにかき加えたり貼ったりすることで課題を解決したり自分の考えを表現したりすることができると思えたからである。

その結果、E児は図1、図2のように図や言葉を用いて自分の考えを表現することができた。ただ、時間が足りなかつたり課題が難しかつたりしたことによりなかなか自分の考えを表現することができない児童もいた。



子どもたちのワークシートを分析すると、E児のように円の一部の半径の部分を重ねて書き写していき3つの円の大きさを比べた児童が、7名。E児と似ているが、円の中心を合わせていきながら円の弧の部分のみを書いて円を作り、円の大きさを比べた児童が2名。図3のように、円の一部を何枚も貼って円を作り円の大きさを比べた児童が2名。コンパスを使って円をかいて比べた児童が7名だった。



前ページでも述べたA児は、図4のように直径が長ければ円の大きさは大きいという考

することができるように、次のようにして考えを発表させるようにしている。

考えを黒板に書かせる。→他の児童が発表する。→途中で止めて続きを考えさせたり続きを発表させたりする。→繰り返し発表させる。



本時でも、図7のような考えをした児童に考えを発表させるのではなく、違う児童に発表させるようにした。そうすることで、「この考えはどのようにして考えたのだろう」、「自分の考えとは違うけれど、これもいい考えだな。」などと思えることができたと考えている。

また、終末の決まりを見付ける場面でも見付けた児童がすべてを話してしまうのではなく、まだ見付けていない友達にヒントをあげる形で説明をさせるようにした。そうすることで、一部の子どもたちが考え、発言するだけで授業が進んでいくのではなく、多くの子どもたちが決まりについて考えることができたと思えている。

このように授業を進めることで、児童は友達を考えを見て思考しながら言葉で表現しようとしていたし、表現する過程で児童は再度思考する姿が見られた。このような児童の姿から分析すると、考えながら表現し、表現しながら考える姿が見られ、互いに補完し合いながら考える力や表現する力を高めていくことができたと思える。

(2) 今後の課題

・課題や授業展開について

本実践では、課題提示を工夫することによって、思考力や表現力を高めることをねらったが、本時における課題は、子どもたちにとっては少し難しい課題であったと思われる。

これは、本学級の実態に合っていなかったりこれまでの指導が不足していたりしたからであると思える。この点を改善できるように課題を吟味したり継続した指導を行っていったりしながら、子どもたちが「考えたい」「表現したい」というような課題の工夫や授業展開が行えるよう取組を進めていきたい。

・指導のスパイラル化について

本単元だけでなくこれまでの単元においても、数学的な考え方を高めたり表現力を鍛えたりすることができるよう指導してきたが、まだまだ指導不足であると感じた。よって、今後も「帰納的な考え方」「類推的な考え方」をはじめとする「数学的な考え方」を高めたり表現力を鍛えたりすることができるように、これまでの手立てをもとに1つの単元だけでなくスパイラルに指導していくことが重要であり、今後の課題であると考えている。

<備考：数学的な考え方について>

数学的な考え方は、以下のように3つに分類される。

- | |
|-----------------------|
| I 数学的な態度 |
| II 数学の方法に関係した数学的な考え方 |
| III 数学の内容に関係した数学的な考え方 |

上記の中で本実践で重視してきた考え方は、「II 数学的な方法に関係した数学的な考え方」の中の「帰納的な考え方」と「類推的な考え方」である。なぜなら、小学校算数では、この2つの考え方が発揮される場面が数多くあり継続して指導していくことが重要であると考えたからである。(帰納的な考え方とは、複数の事象からきまりを見付けることである。類推的な考え方とは、きまりが他の場面でもあてはまるのかと場면을拡張していくことである。)

<参考文献等>

- (1) 文部科学省『小学校学習指導要領解説 算数編』, 東洋館出版社, 2008.8
- (2) 尾崎正彦『“考える算数”のノート指導』, 明治図書, 2008.12
- (3) 新潟市立浜浦小学校『算数研究で授業が 学校が変わる』東洋館出版社, 2010.12.26
- (4) 片桐重男『数学的な考え方の具体化と指導』明治図書, 2004.8